

## Section5：微積分学

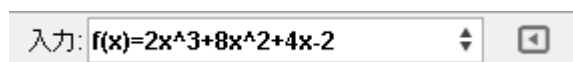
GeoGebra では、微積分についての機能も搭載されています。


アイコンから比較的容易に作図することが出来ます。

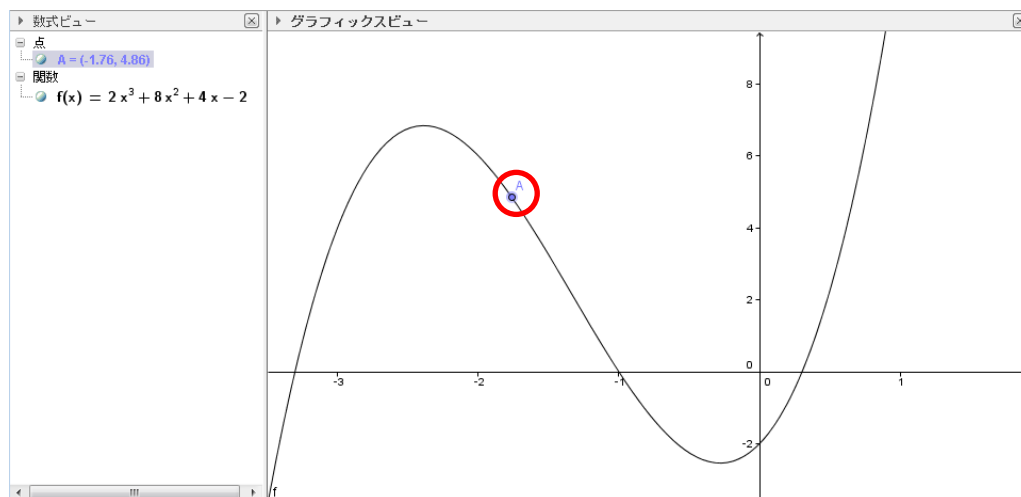
### 5.1 接線のグラフ

例.  $f(x) = 2x^3 + 8x^2 + 4x - 2$  の接線のグラフを作図してみましょう。

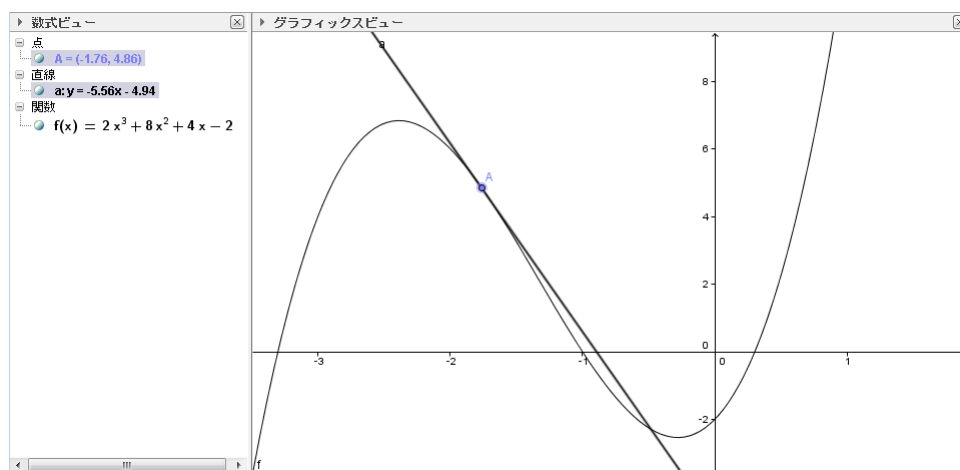
- ① 入力バーに関数を打ち、最後に **Enter** キーを押しましょう。




- ② 作図ツールの中から新規の点のアイコン  を選び、先ほど作図した  $f(x)$  のグラフの上のどこかをクリックすると、グラフ上に点が作図されます。(カーソルがグラフの上になっているとき、グラフの線が太くなるので、そのタイミングでクリックしましょう。)

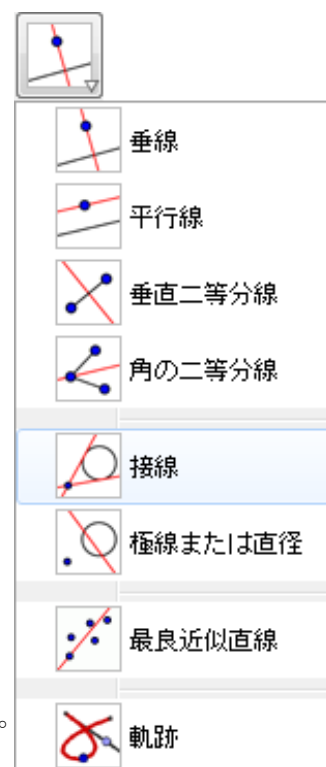


- ③ 特別な直線の作図ツールの中から、接線を選択します。  
まず、接点となる先ほど作図した点 A をクリックします。  
その次に、 $f(x)$  のグラフ上の任意の点をクリックします。  
これで、点 A における  $f(x)$  の接線のグラフが作図できます。



- ④ さらに、移動のアイコン  を選択して、点 A をドラッグしてみましょう。

どんなことが起きるでしょうか？



## 5.2 導関数 $f'(x)$

例.  $f(x) = 2x^3 + 8x^2 + 4x - 2$  の導関数を作図しましょう。

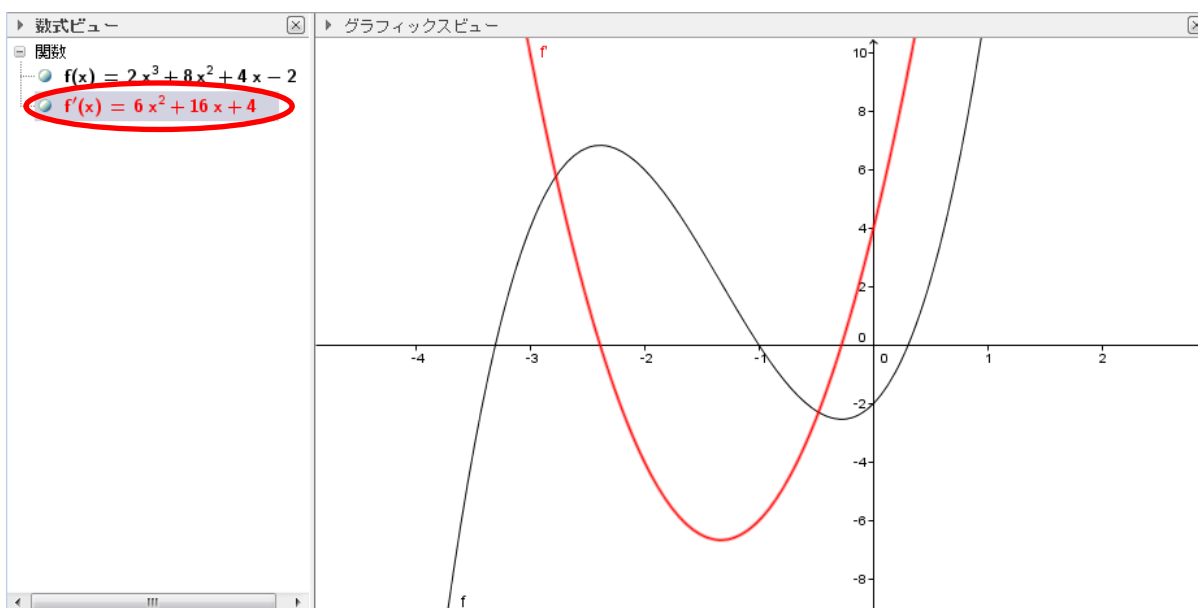
- ① 入力バーに関数を打ち、最後に Enter キーを押しましょう。

入力:  $f(x)=2x^3+8x^2+4x-2$

- ② 下記のコマンドを入力バーに打ち(又は、ドロップダウンリストから選択したりして)、最後に Enter キーを押します。

入力:  $f'(x)$       又は      入力:  $\text{derivative}[f]$

すると、GeoGebra が自動的に導関数を計算し、数式ビューに数式が表示され、 $f'(x)$  のグラフが作図されます。



極値を作図する場合には、Section1 の 1.4 グラフの重要な点を表示する を参照して下さい。

## 5.3 積分と区分求積和

下記のコマンドを用いて区分求積和を使い、グラフの下側の面積の和の近似値を求めてみましょう。

入力:  $\text{LeftSum}[\text{<関数>, <xの開始値>, <xの終了値>, <長方形の数>}]$

入力:  $\text{UpperSum}[\text{<関数>, <xの開始値>, <xの終了値>, <長方形の数>}]$

入力:  $\text{LowerSum}[\text{<関数>, <xの開始値>, <xの終了値>, <長方形の数>}]$

例.  $f(x) = 2x^3 + 8x^2 + 4x - 2$  の  $x = -3$  から  $x = -1$  までの区分求積和の値を 8 つの長方形を用いて求め、説明しましょう。また、関数のグラフと区分求積の長方形を描き、そして GeoGebra を用いて、この領域の値を決定しましょう。

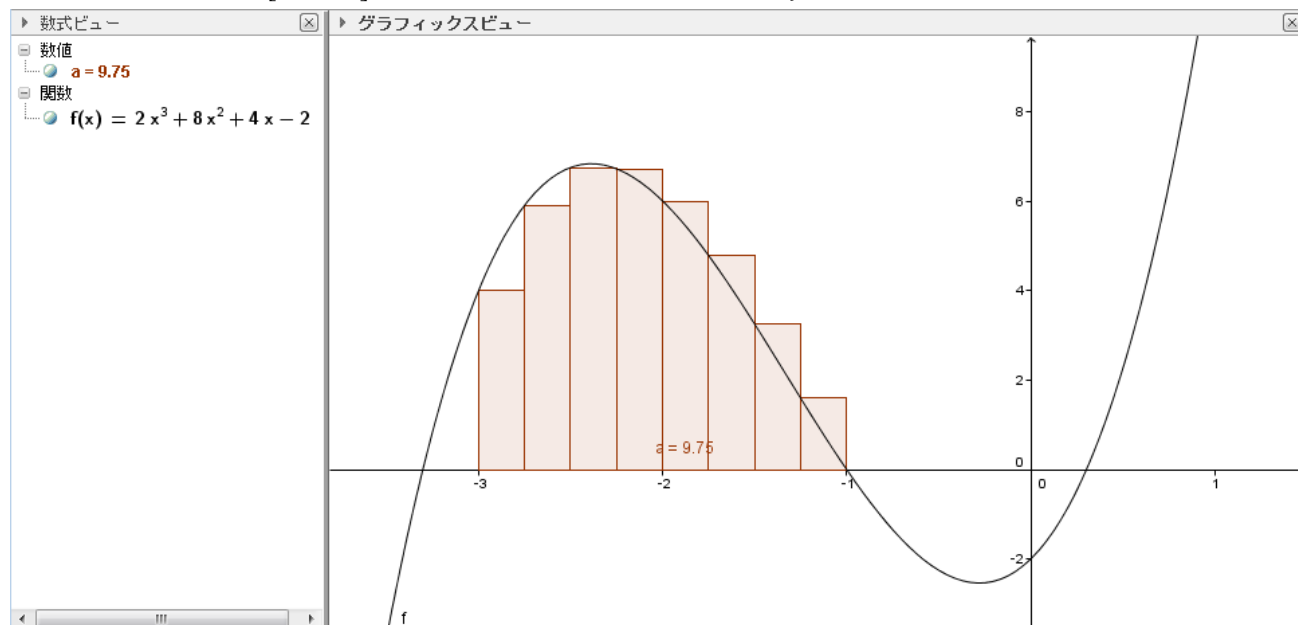
- ① 入力バーに関数を打ち、最後に Enter キーを押しましょう。

入力:  $f(x)=2x^3+8x^2+4x-2$

- ② 下記のコマンドを入力バーに打ち(又は、ドロップダウンリストから選択したりして)、最後に Enter キーを押します。

入力: `LeftSum[f, -3, -1, 8]`

このコマンドは、区間 $[-3, -1]$ における 8 つの長方形による関数 $f$ の下部の和を与えます。



これに類似したコマンドでは、上部の和が求められるものもあります。もし、長方形の数を増やしたいときには、スライダーを作ることも出来ます。

曲線の下領域を計算する。定積分を求める。

区間 $[a, b]$ における定積分を求めるには、次のコマンドを用います。

入力: `Integral[<関数>, <xの開始値>, <xの終了値>]`

不定積分を求める時には、次のコマンドを用います。

入力: `Integral[<関数>]`

与えられた変数についての偏微分には、下のコマンドを用います。

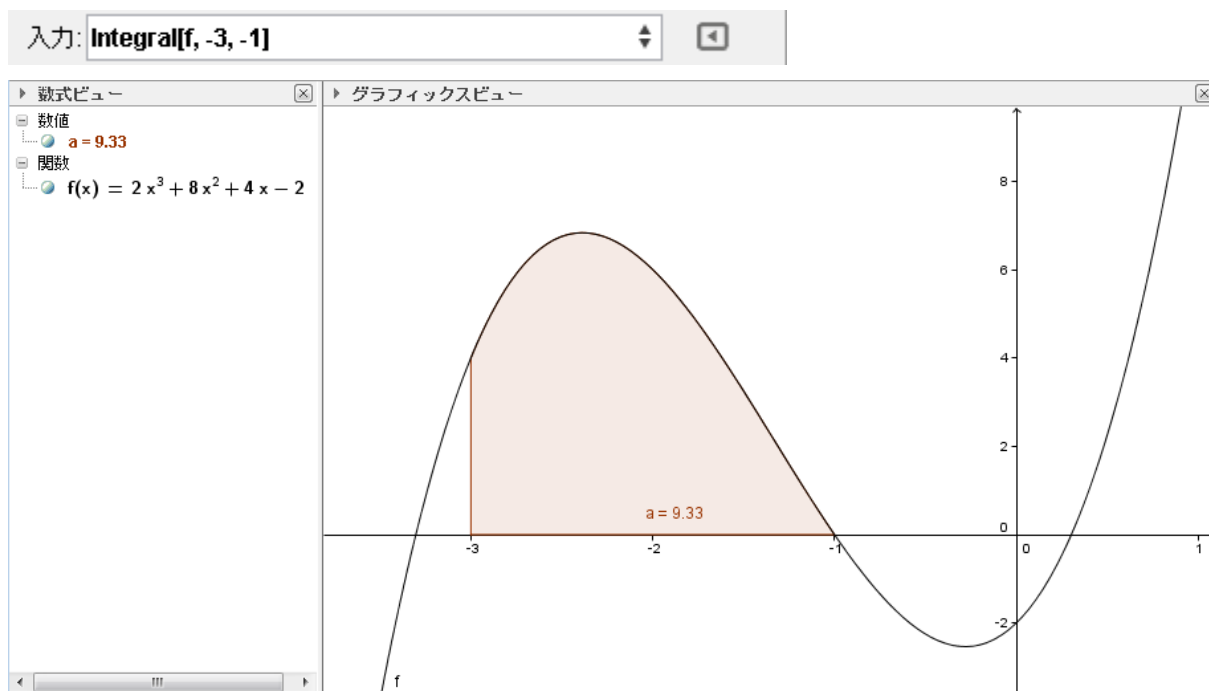
入力: `Integral[<関数>, <変数>]`

$\int_{-3}^{-1} 2x^3 + 8x^2 + 4x - 2 dx$ を計算するか、または $f(x) = 2x^3 + 8x^2 + 4x - 2$ のグラフの $x = -3$ から $x = -1$ までの下部の領域の面積を求めなさい。

- ① 入力バーに関数を打ち、最後に Enter キーを押しましょう。

入力:  $f(x)=2x^3+8x^2+4x-2$

- ③ 下記のコマンドを入力バーに打ち(又は、ドロップダウンリストから選択したりして)、最後に Enter キーを押します。



## 2 曲線の間の面積を求める

下記のコマンドによって、区間 $[a, b]$ における $f(x) - g(x)$ の差の定積分を求めることができます。

入力: `IntegralBetween[ <関数>, <関数>, <xの開始値>, <xの終了値> ]`

例.  $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 6x + 5$ と $g(x) = 18x^2 - 6x - 8$ の 2 曲線に囲まれた部分うち、左側にある方の面積を求めてみましょう。

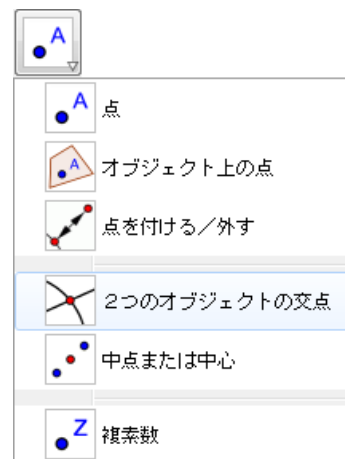
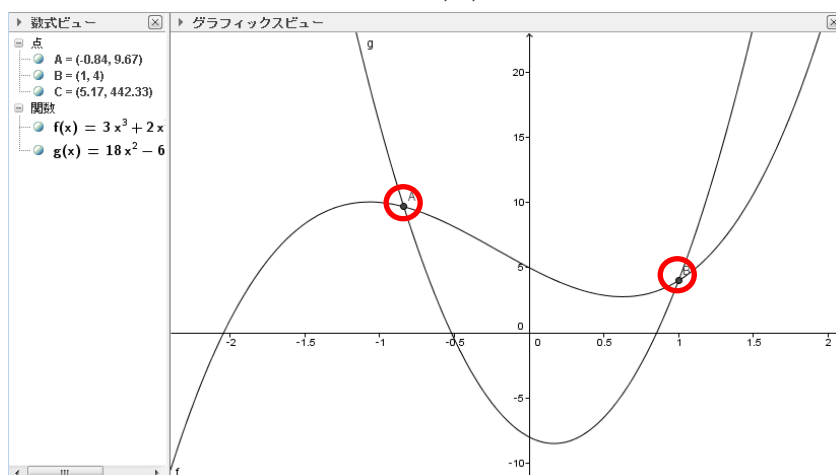
- ① 入力バーに関数を入力し、最後に Enter キーを押します。

入力: `f(x)=3x^3+2x^2-6x+5`

入力: `g(x)=18x^2-6x-8`

- ② 作図ツールの中から、2つのオブジェクトの交点を選択し、2つのグラフをグラフィックスビュー上でクリックしましょう。グラフの上にカーソルをのせると、太くなるのでそのタイミングでクリックしましょう。

すると、GeoGebra が自動で交点 A,B,C を作図します。



- ④ 今回は、点 A,B の間の 2 曲線で囲まれた部分が求める面積ですので、以下のようにコマンドをに打ち(又は、ドロップダウンリストから選択したりして)、最後に Enter キーを押します。

入力: `IntegralBetween[f, g, x(A), x(B)]`

※x(A)で点 A のx座標を意味します。

GeoGebra が点 A のx座標と点 B のx座標の間の $f$ と $g$ の 2 曲線で囲まれた部分の面積を作図し、計算します。

